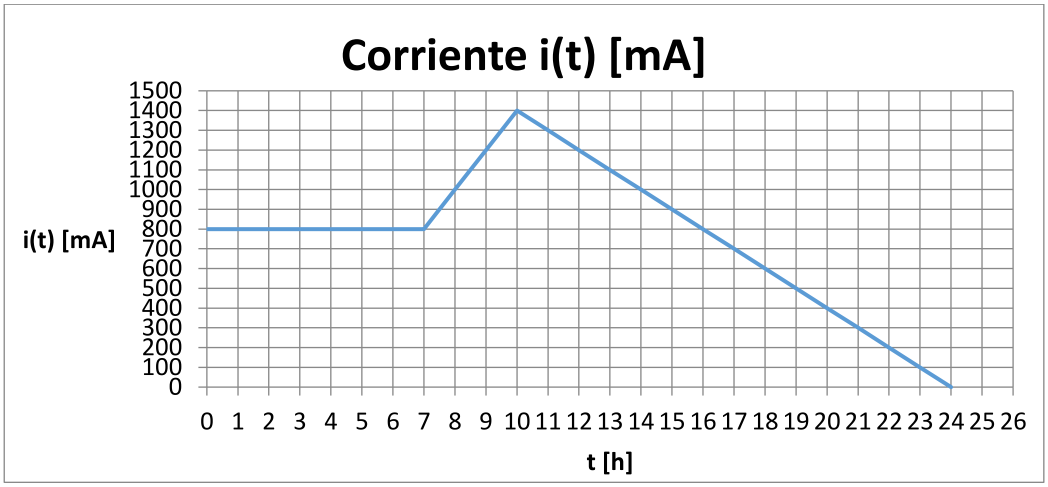
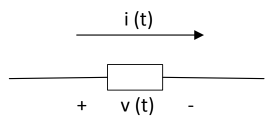
UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

1. **Análisis de variables eléctricas. A continuación, se muestra el comportamiento de la corriente en un dispositivo eléctrico que está alimentado por una tensión constante de 12[V].**

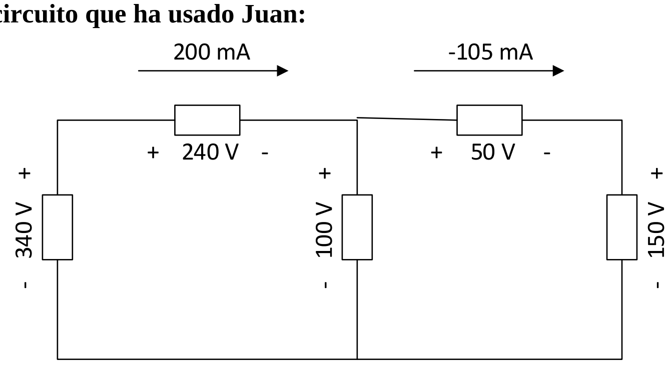




a. Determine la carga eléctrica transferida $\Delta q_{t_1 \to t_2}$ para el intervalo de tiempo comprendido entre las 2h y las 14h. (8 puntos)
b. Determine el comportamiento de la potencia eléctrica consumida en función del tiempo P(t) y su gráfica. (8 puntos)
c. Determine la energía eléctrica transferida $\Delta E_{t_1 \to t_2}$ para el intervalo de tiempo comprendido entre las 0h y las 24h. (9 puntos)

Nota: Los resultados de carga eléctrica se pueden presentar en [C] o en [mA-h] y los de energía se pueden presentar en [J] o en [W-h]

2. **Principio de Conservación de la materia, Principio de conservación de la energía y Balance de Potencia: Juan Pérez ha resuelto el siguiente circuito, pero al realizar el balance de potencia se ha dado cuenta que tiene un error. Con base en el diagrama de circuito que ha usado Juan:**



a. Determine el balance de potencia del circuito. (8puntos)
b. Redacte un párrafo en el cual identifica el único error cometido por Juan y proponga la modificación que debe ejecutarse para que el circuito cumpla con el principio de conservación de la materia y el principio de conservación de la energía. (8puntos)
c. Dibuje el circuito corregido con todas las tensiones y corrientes plenamente identificadas (signo, magnitud, polaridad, dirección). (9puntos)

Primer Punto **"Análisis de Variables Eléctricas"**

Se inicia determinando la función matemática que describe el comportamiento de la corriente en función del tiempo

$$i(t) = \begin{Bmatrix} K\,[mA] & , & [0 \le t < 7][h] \\ m_1 t + b_1\,[mA] & , & [7 \le t < 10][h] \\ -m_2 t + b_2\,[mA] & , & [10 \le t \le 24][h] \end{Bmatrix}$$

Donde K= Función Constante

Ahora se define $i(t) = m_1 t + b_1\,[mA]\ \ [7 \le t < 10][h]$, haciendo uso de los siguientes modelos matemáticos

$$m = \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1} \quad (1) \quad \rightarrow \quad \text{Pendiente de la recta tangente de la forma} \rightarrow \quad i(t) = mt + b$$

$$i(t) - i_1 = m(t - t_1) \quad (2) \quad \rightarrow \quad \text{Modelo Punto Pendiente}$$

Se definen dos puntos conocidos en la recta $P_1(7[h]\,, 800[mA])$; $P_2(10[h]\,,\ 1400[mA])$ y se calcula la pendiente de la recta haciendo uso del modelo matemático (1)

$$m = \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1} \ \rightarrow\ m_1 = \frac{(1400 - 800)[mA]}{(10 - 7)\,[h]} \ \rightarrow\ m_1 = \frac{600\,[mA]}{3\,[h]} \ \rightarrow\ m_1 = 200\left[\frac{mA}{h}\right]$$

Ahora aplicando el modelo matemático (2) se encuentra la ecuación de la recta $i(t) = m_1 t + b_1\,[mA]\ \ [7 \le t < 10][h]$

$$i(t) - i_1 = m(t - t_1) \ \rightarrow\ i(t) - 800[mA] = 200\left[\frac{mA}{h}\right](t - 7[h]) \ \rightarrow\ i(t) = 200\left[\frac{mA}{h}\right]t - 200\left[\frac{mA}{h}\right](7[h]) + 800[mA]$$

$$i(t) = 200\left[\frac{mA}{h}\right]t - 1400[mA] + 800[mA] \ \rightarrow\ i(t) = [200t - 600]\,[mA] \quad [7 \le t < 10][h]$$

Ahora se define $i(t) = -m_2 t + b_2\,[mA]\ \ [10 \le t < 24][h]$, haciendo uso de los modelos matemáticos (1) y (2) ya definidos anteriormente

Se definen dos puntos conocidos en la recta $P_1(10[h]\,, 1400[mA])$; $P_2(24[h]\,,\ 0[mA])$ y se calcula la pendiente de la recta haciendo uso del modelo matemático (1)

$$m = \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1} \ \rightarrow\ m_2 = \frac{(0 - 1400)[mA]}{(24 - 10)\,[h]} \ \rightarrow\ m_2 = \frac{-1400\,[mA]}{14[h]} \ \rightarrow\ m_2 = -100\left[\frac{mA}{h}\right]$$

Ahora aplicando el modelo matemático (2) se encuentra la ecuación de la recta $i(t) = -m_2 t + b_2\,[mA]\ \ [10 \le t < 24][h]$

$$i(t) - i_1 = m(t - t_1) \ \rightarrow\ i(t) - 1400[mA] = -100\left[\frac{mA}{h}\right](t - 10[h])$$

$$i(t) = -100\left[\frac{mA}{h}\right]t - 100\left[\frac{mA}{h}\right](-10[h]) + 1400[mA] \quad \rightarrow \quad i(t) = 100\left[\frac{mA}{h}\right]t + 1000[mA] + 1400[mA]$$

$$i(t) = [-100t + 2400]\,[mA] \quad [10 \le t < 24][h]$$

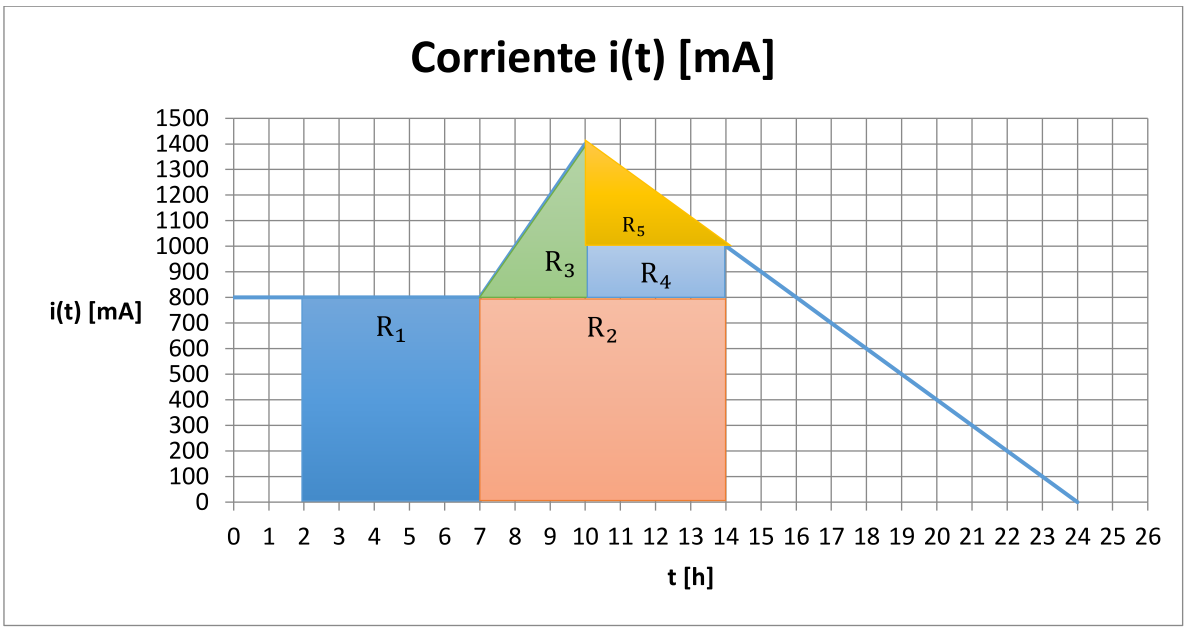
Una vez definidas las funciones de corriente para cada uno de los intervalos se muestra analíticamente la corriente en función del tiempo.

$$i(t) = \begin{cases} 800\,[\text{mA}] & , \quad [0 \le t < 7][\text{h}] \\ [200t - 600]\,[\text{mA}] & , \quad [7 \le t < 10][\text{h}] \\ [-100t + 2400]\,[\text{mA}] & , \quad [10 \le t < 24][\text{h}] \end{cases}$$

a. Determine la carga eléctrica transferida $\Delta q_{t_1 \to t_2}$ para el intervalo de tiempo comprendido entre las 2h y las 14h. (8 puntos)

Solución Literal (a) Punto 1 "Variables Eléctricas"

Primer Método de Solución "Carga Transferida Áreas Bajo la Curva de Corriente"



$$\Delta q_{\,2\,[h] \to 14[h]} = A_{R1} + A_{R2} + A_{R3} + A_{R4} + A_{R5}$$

$$A_R = b * h \quad \rightarrow \quad \text{Donde } b = \text{base} \quad h = \text{altura} \quad \rightarrow \quad \text{Área de un Rectangulo}$$

$$A_\Delta = \frac{b * h}{2} \quad \rightarrow \quad \text{Donde } b = \text{base} \quad h = \text{altura} \quad \rightarrow \quad \text{Área de un Triangulo}$$

Teniendo en cuenta la forma de cada una de las regiones definidas en la curva de corriente se procede a calcular las respectivas áreas

$$A_{R1} = b_1 * h_1 \quad \rightarrow \quad A_{R1} = (5[h])(800[mA]) \quad \rightarrow \quad A_{R1} = 4000[mAh]$$

$$A_{R2} = b_2 * h_2 \quad \rightarrow \quad A_{R2} = (7[h])(800[mA]) \quad \rightarrow \quad A_{R2} = 5600[mAh]$$

$$A_{R3} = \frac{b_3 * h_3}{2} \;\rightarrow\; A_{R3} = \frac{(3[h])(600[mA])}{2} \;\rightarrow\; A_{R3} = 900[mAh]$$

$$A_{R4} = b_4 * h_4 \;\rightarrow\; A_{R2} = (4[h])(200[mA]) \;\rightarrow\; A_{R4} = 800[mAh]$$

$$A_{R5} = \frac{b_5 * h_5}{2} \;\rightarrow\; A_{R5} = \frac{(4[h])(400[mA])}{2} \;\rightarrow\; A_{R5} = 800[mAh]$$

$$\Delta q_{\,2\,[h] \rightarrow 14[h]} = A_{R1} + A_{R2} + A_{R3} + A_{R4} + A_{R5}$$

$$\Delta q_{\,2\,[h] \rightarrow 14[h]} = (4000[mAh]) + (5600[mAh]) + (900[mAh]) + (800[mAh]) + (800[mAh])$$

$$\Delta q_{\,2\,[h] \rightarrow 14[h]} = 12100\,[mAh]$$

Ahora si se desea expresar la respuesta en Coulomb [C] se procede a plantear un factor de conversión teniendo en cuenta las equivalencias entre las unidades respectivas

$$\Delta q_{\,2\,[h] \rightarrow 14[h]} = 12100[mAh] \left[\frac{1[A]}{1000\,[mA]}\right]\left[\frac{3600[s]}{1\,[h]}\right] = 43560[C]$$

$$\Delta q_{\,2\,[h] \rightarrow 14[h]} = 43560[C]$$

Segundo Método de Solución “Carga Transferida Mediante La Integral Definida de la Corriente”

$$\Delta q_{\,t_0 \rightarrow t_f} = \int_{t_0}^{t_f} i(t)\,dt \quad \rightarrow \quad \text{Integral Definida de la Corriente}$$

$$\Delta q_{\,2[h] \rightarrow\, 14[h]} = \int_{2[h]}^{14[h]} i(t)\,dt \quad \rightarrow \quad \Delta q_{\,2[h] \rightarrow\, 14[h]} = \int_{2[h]}^{7[h]} i(t)\,dt + \int_{7[h]}^{10[h]} i(t)\,dt + \int_{10[h]}^{14[h]} i(t)\,dt$$

$$\Delta q_{\,2[h] \rightarrow\, 14[h]} = \int_{2[h]}^{7[h]} 800[mA]\,dt + \int_{7[h]}^{10[h]} [200t - 600]\,[mA]\,dt + \int_{10[h]}^{14[h]} [-100t + 2400]\,[mA]\,dt$$

A continuación se resuelven cada una de las integrales definidas, teniendo en cuenta las siguientes fórmulas de integración directa y el segundo teorema fundamental del cálculo.

$$\int K\,dt = Kt + C \qquad \text{Donde K es una constante real } \neq 0$$

$$\int t^n\,dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + C \quad \rightarrow \quad \text{Donde (n)es una constante real } \neq 0, -1$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) \quad \rightarrow \quad \text{Segundo Teorema Fundamental del Cálculo}$$

$$\Delta q_1 = \int_{2[h]}^{7[h]} 800[mA]\,dt \qquad \Delta q_2 = \int_{7[h]}^{10[h]} [200t - 600]\,[mA]\,dt \qquad \Delta q_3 = \int_{10[h]}^{14[h]} [-100t + 2400]\,[mA]\,dt$$

$$\Delta q_1 = \big[[800[mA]t] \text{ Entre } (2 \text{ y } 7)[h]\big] \rightarrow \Delta q_1 = [(800[mA] * 7[h]) - (800[mA] * 2[h])]$$

$$\Delta q_1 = [(5600[mAh]) - (1600[mAh])] \rightarrow \Delta q_1 = 4000\,[mAh]$$

$$\Delta q_2 = \left[\left[200\left[\frac{mA}{h}\right]\frac{t^2}{2} - 600[mA]t\right] \text{ Entre } (7 \text{ y } 10[h])\right]$$

$$\Delta q_2 = \left[\left(200\left[\frac{mA}{h}\right]\frac{(10[h])^2}{2} - 600[mA] * 10[h]\right) - \left(200\left[\frac{mA}{h}\right]\frac{(7[h])^2}{2} - 600[mA] * 7[h]\right)\right]$$

$$\Delta q_2 = (10000\,[mAh] - 6000[mAh]) - (4900\,[mAh] - 4200[mAh]) \rightarrow \Delta q_2 = 3300\,[mAh]$$

$$\Delta q_3 = \left[\left[-100\left[\frac{mA}{h}\right]\frac{t^2}{2} + 2400[mA]t\right] \text{ Entre } (10 \text{ y } 14\,[h])\right]$$

$$\Delta q_3 = \left[\left(-100\left[\frac{mA}{h}\right]\frac{(14[h])^2}{2} + 2400[mA] * 14[h]\right) - \left(-100\left[\frac{mA}{h}\right]\frac{(10[h])^2}{2} + 2400[mA] * 10[h]\right)\right]$$

$$\Delta q_3 = (-9800\,[mAh] + 33600[mAh]) - (-5000\,[mAh] + 2400[mAh]) \rightarrow \Delta q_3 = 4800\,[mAh]$$

$$\Delta q_{\,2[h] \rightarrow\, 14[h]} = \Delta q_1 + \Delta q_2 + \Delta q_3 \rightarrow \Delta q_{\,2[h] \rightarrow\, 14[h]} = (4000\,[mAh]) + (3300\,[mAh]) + (4800\,[mAh])$$

$$\Delta q_{\,2[h] \rightarrow\, 14[h]} = 12100\,[mAh]$$

Ahora si se desea expresar la respuesta en Coulomb [C] se procede a plantear un factor de conversión teniendo en cuenta las equivalencias entre las unidades respectivas

$$\Delta q_{\,2\,[h] \rightarrow 14[h]} = 12100[mAh]\left[\frac{1[A]}{1000\,[mA]}\right]\left[\frac{3600[s]}{1\,[h]}\right] = 43560[C]$$

$$\Delta q_{\,2\,[h] \rightarrow 14[h]} = 43560[C]$$

Tercer Método de Solución "Carga Transferida Mediante Ecuaciones de Carga en Función del Tiempo"

$$q(t) = \int_{t_0}^{t} i(t)\,dt + q(t_0) \rightarrow \text{Integral Indefinida en el Limite Superior de la Corriente}$$

$$q(t) = \left\{ \begin{matrix} q_1(t) & , & [0 \le t < 7][h] \\ q_2(t) & , & [7 \le t < 10][h] \\ q_3(t) & , & [10 \le t < 24][h] \end{matrix} \right\}$$

$$q_1(t) = \int_{t_0}^{t} i(t)\,dt + q(t_0) \;\rightarrow\; q_1(t) = \int_{0[h]}^{t} (800[mA])\,dt + q(0[h]) \;\rightarrow\; \textbf{Donde} \quad q(0[h]) = 0[mAh]$$

$$q_1(t) = \int_{0[h]}^{t} (800[mA])\,dt + 0[mAh] \quad \rightarrow \quad q_1(t) = \big[[800[mA]t] \text{ Entre } 0\,[h] \text{ y } t\big]$$

$$q_1(t) = \big[(800[mA]t) - \big(800[mA](0\,[h])\big)\big] \;\rightarrow\; q_1(t) = 800t\,[mAh] \qquad [0 \le t < 7][h]$$

$$q_2(t) = \int_{t_0}^{t} i(t)\,dt + q(t_0) \;\rightarrow\; q_2(t) = \int_{7[h]}^{t} ([200t - 600]\,[mA])\,dt + q(7[h])$$

$$\textbf{Donde} \;\rightarrow\; q(7[h]) = (800[mA])(7\,[h]) \;\rightarrow\; q(7[h]) = 5600[mAh]$$

$$q_2(t) = \int_{7[h]}^{t} ([200t - 600]\,[mA])\,dt + (5600[mAh])$$

$$q_2(t) = \left[\left[\frac{200\left[\frac{mA}{h}\right]}{2} t^2 - 600[mA]t\right] \text{ Entre } 7[h] \text{ y } t\right] + (5600[mAh])$$

$$q_2(t) = \left[\left(100\left[\frac{mA}{h}\right]t^2 - 600[mA]t\right) - \left(100\left[\frac{mA}{h}\right](7[h])^2 - 600[mA](7[h])\right)\right] + 5600[mAh]$$

$$q_2(t) = \left[\left(100\left[\frac{mA}{h}\right]t^2 - 600[mA]t\right) - (700\,[mAh])\right] + 5600[mAh]$$

$$q_2(t) = [100t^2 - 600t + 4900][mAh] \qquad [7 \le t < 10][h]$$

$$q_3(t) = \int_{t_0}^{t} i(t)\,dt + q(t_0) \;\rightarrow\; q_3(t) = \int_{10[h]}^{t} ([-100t + 2400]\,[mA])\,dt + q(10[h])$$

$$\textbf{Donde} \;\rightarrow\; q(10[h]) = 100\left[\frac{mA}{h}\right](10[h])^2 - 600[mA](10[h]) + 4900[mAh \;\rightarrow\; q(10[h]) = 8900[mAh]$$

$$q_3(t) = \int_{10[h]}^{t} ([-100t + 2400]\,[mA])\,dt + (8900[mAh])$$

$$q_3(t) = \left[\left[\frac{-100\left[\frac{mA}{h}\right]}{2} t^2 + 2400[mA]t\right] \text{ Entre } 10[h] \text{ y } t\right] + (8900[mAh])$$

$$q_3(t) = \left[\left(-50\left[\frac{mA}{h}\right] t^2 + 2400[mA]t\right) - \left(-50\left[\frac{mA}{h}\right](10[h])^2 + 2400[mA](10[h])\right)\right] + 8900[mAh]$$

$$q_3(t) = \left[\left(-50\left[\frac{mA}{h}\right] t^2 + 2400[mA]t\right) - (19000[mAh])\right] + 8900[mAh]$$

$$q_3(t) = [-50t^2 + 2400t - 10100][mAh] \qquad [10 \leq t < 24][h]$$

Una vez definidas las funciones de carga para cada uno de los intervalos se muestra analíticamente la carga en función del tiempo.

$$q(t) = \begin{Bmatrix} 800t\,[mAh] & , & [0 \leq t < 7][h] \\ [100t^2 - 600t + 4900][mAh] & , & [7 \leq t < 10][h] \\ [-50t^2 + 2400t - 10100][mAh] & , & [10 \leq t < 24][h] \end{Bmatrix}$$

$\Delta q_{t_0 \rightarrow t_f} = q(t_f) - q(t_f)$ $\rightarrow$ **Carga Transferida Mediante Ecuaciones de Carga en Función del Tiempo**

$$\Delta q_{\,2[h] \rightarrow 14[h]} = q(14[h]) - q(2[h])$$

$$\Delta q_{\,2[h] \rightarrow 14[h]} = \left(-50\left[\frac{mA}{h}\right](14[h])^2 + 2400[mA](14[h]) - 10100\right) - \big(800[mA](2[h])\big)$$

$$\Delta q_{\,2[h] \rightarrow 14[h]} = (13700[mAh]) - (1600[mAh]) \quad \rightarrow \quad \Delta q_{\,2[h] \rightarrow 14[h]} = 12100[mAh]$$

Ahora si se desea expresar la respuesta en Coulomb [C] se procede a plantear un factor de conversión teniendo en cuenta las equivalencias entre las unidades respectivas

$$\Delta q_{\,2\,[h] \rightarrow 14[h]} = 12100[mAh]\left[\frac{1[A]}{1000\,[mA]}\right]\left[\frac{3600[s]}{1\,[h]}\right] = 43560[C]$$

$$\Delta q_{\,2\,[h] \rightarrow 14[h]} = 43560[C]$$

b. Determine el comportamiento de la potencia eléctrica consumida en función del tiempo P(t) y su gráfica. (8 puntos)

Solución Literal (b) Punto 1

“Variables Eléctricas”

Se tiene que la potencia en función del tiempo está definida por el siguiente modelo matemático $P(t) = V(t)I(t)\ [W]$

Ahora Si $\rightarrow \quad i(t) = \begin{Bmatrix} 800\ [mA] & , & [0 \le t < 7][h] \\ [200t - 600]\ [mA] & , & [7 \le t < 10][h] \\ [-100t + 2400]\ [mA] & , & [10 \le t < 24][h] \end{Bmatrix} \qquad V(t) = \begin{Bmatrix} 12\ [V] & , & [0 \le t < 7][h] \\ 12\ [V] & , & [7 \le t < 10][h] \\ 12\ [V] & , & [10 \le t < 24][h] \end{Bmatrix}$

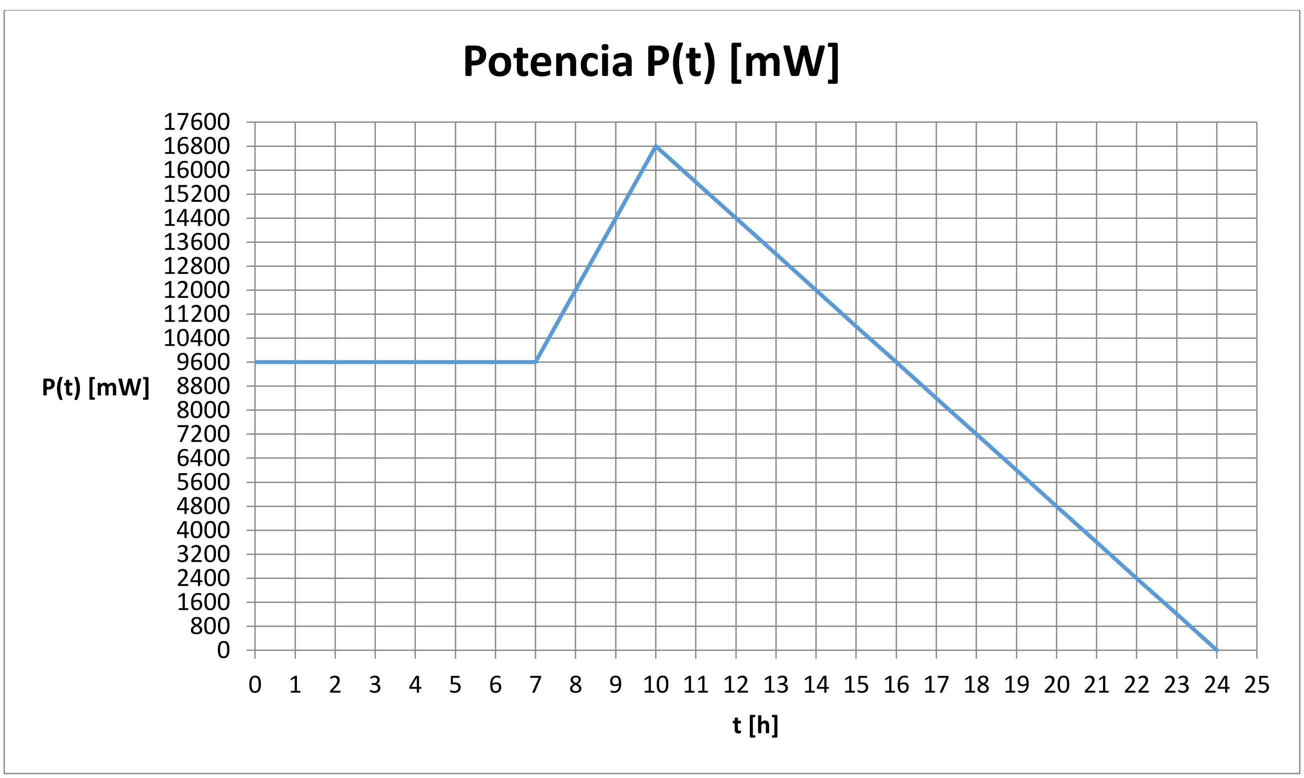
$$P(t) = (12\ [V])(800\ [mA]) \rightarrow P(t) = 9600\ [mW] \rightarrow P(t) = 9{,}6\ [W] \quad [0 \le t < 7][h]$$

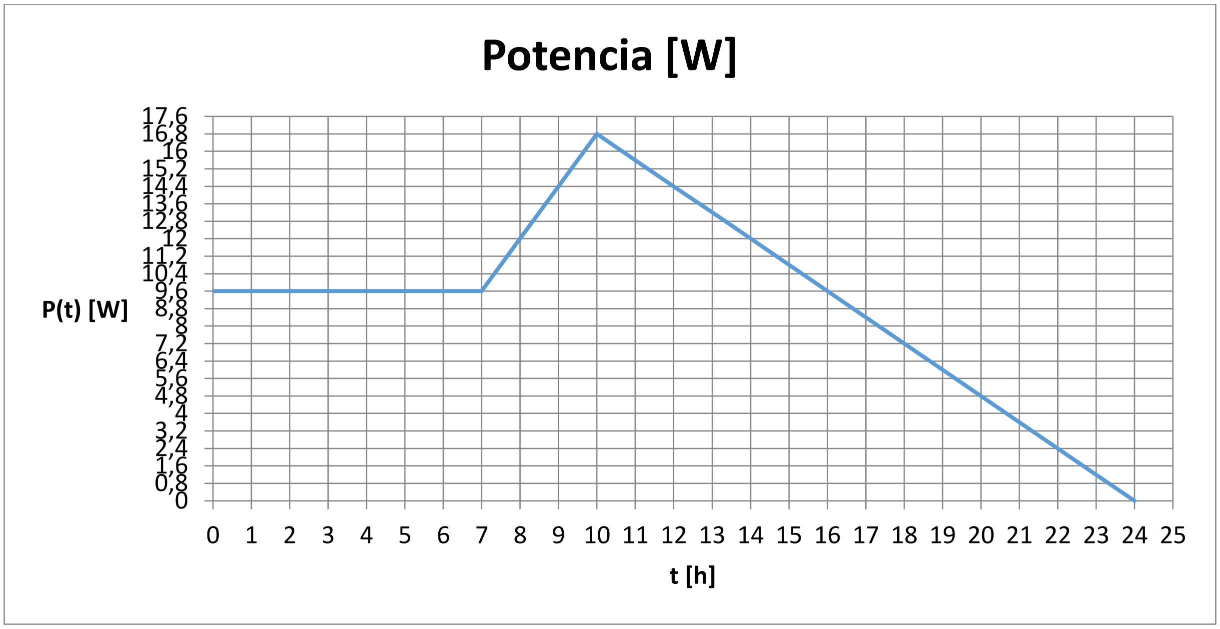
$$P(t) = (12\ [V])([200t - 600]\ [mA]) \rightarrow P(t) = [2400t - 7200]\ [mW] \rightarrow P(t) = [2{,}4t - 7{,}2]\ [W] \quad [7 \le t < 10][h]$$

$$P(t) = (12\ [V])([-100t + 2400]\ [mA]) \rightarrow P(t) = [-1200t + 28800]\ [mW] \rightarrow P(t) = [-1{,}2t + 28{,}8]\ [W] \quad [10 \le t < 24][h]$$

La Función Mátematica de Potencia $\rightarrow \quad P(t) = \begin{Bmatrix} 9{,}6\ [W] & , & [0 \le t < 7][h] \\ [2{,}4t - 7{,}2]\ [W] & , & [7 \le t < 10][h] \\ [-1{,}2t + 28{,}8]\ [W] & , & [10 \le t < 24][h] \end{Bmatrix}$

GRAFICAS DE POTENCIA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO

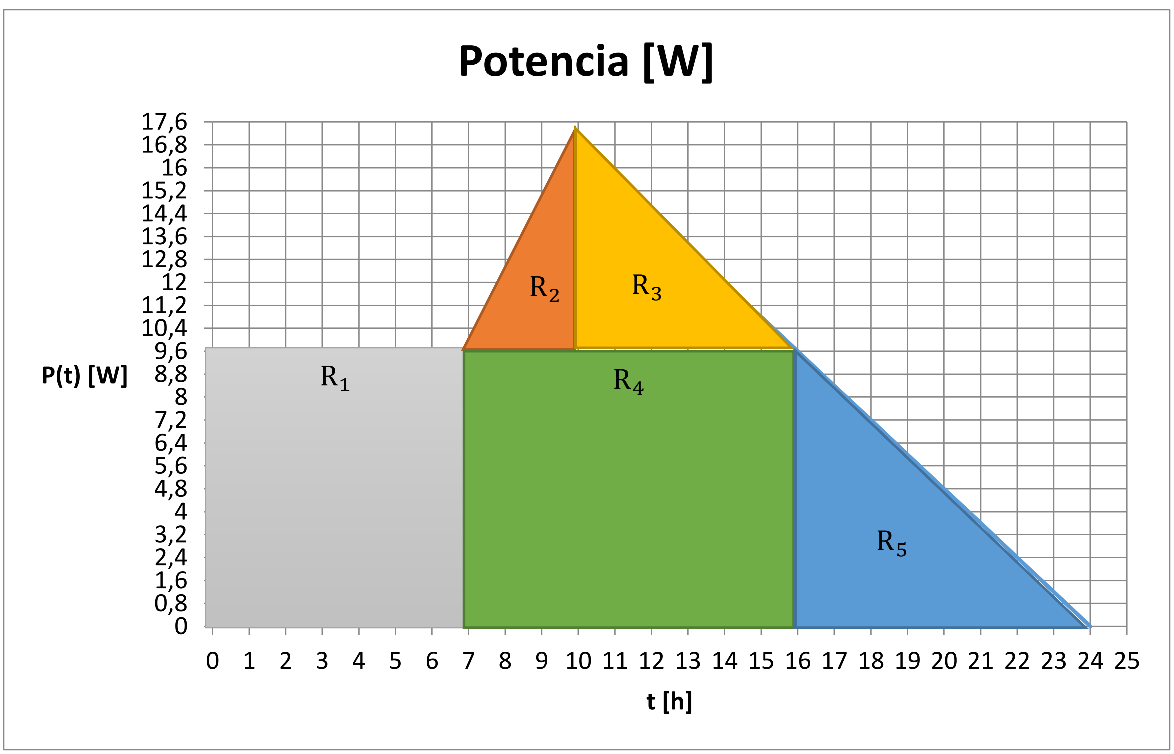




c. Determine la energía eléctrica transferida $\Delta E_{t_1 \to t_2}$ para el intervalo de tiempo comprendido entre las 0h y las 24h. (9 puntos)

Solución Literal (c) Punto 1 "Variables Eléctricas"

Primer Método de Solución "Energía Transferida Áreas Bajo la Curva de Potencia



$$\Delta E_{\,0\,[h] \to 24[h]} = A_{R1} + A_{R2} + A_{R3} + A_{R4} + A_{R5}$$

$$A_R = b * h \quad \to \quad \text{Donde } b = \text{base} \quad h = \text{altura} \quad \to \quad \text{Área de un Rectangulo}$$

$$A_\Delta = \frac{b * h}{2} \quad \to \quad \text{Donde } b = \text{base} \quad h = \text{altura} \quad \to \quad \text{Área de un Triangulo}$$

Teniendo en cuenta la forma de cada una de las regiones definidas en la curva de potencia se procede a calcular las respectivas áreas

$$A_{R1} = b_1 * h_1 \quad \to \quad A_{R1} = (7[h])(9{,}6[W]) \quad \to \quad A_{R1} = 67{,}2[Wh]$$

$$A_{R2} = \frac{b_2 * h_2}{2} \quad \to \quad A_{R2} = \frac{(3[h])(7{,}2[W])}{2} \quad \to \quad A_{R2} = 10{,}8[Wh]$$

$$A_{R3} = \frac{b_3 * h_3}{2} \quad \to \quad A_{R3} = \frac{(6[h])(7{,}2[W])}{2} \quad \to \quad A_{R3} = 21{,}6[Wh]$$

$$A_{R4} = b_4 * h_4 \quad \to \quad A_{R2} = (9[h])(9{,}6[W]) \quad \to \quad A_{R4} = 86{,}4[Wh]$$

$$A_{R5} = \frac{b_5 * h_5}{2} \quad \to \quad A_{R5} = \frac{(8[h])(9{,}6[W])}{2} \quad \to \quad A_{R5} = 38{,}4[Wh]$$

$$\Delta E_{\,0\,[h] \to 24[h]} = A_{R1} + A_{R2} + A_{R3} + A_{R4} + A_{R5}$$

$$\Delta E_{\,0\,[h] \to 24[h]} = (67{,}2[Wh]) + (10{,}8[Wh]) + (21{,}6[Wh]) + (86{,}4[Wh]) + (38{,}4[Wh])$$

$$\Delta E_{\,0\,[h] \to 24[h]} = 224{,}4\ [Wh]$$

Ahora si se desea expresar la respuesta en Julios [J] se procede a plantear un factor de conversión teniendo en cuenta las equivalencias entre las unidades respectivas

$$\Delta E_{\,0\,[h] \to 24[h]} = 224{,}4\ [Wh] \left[\frac{3600[s]}{1\ [h]}\right] = 807840[J]$$

$$\Delta E_{\,0\,[h] \to 24[h]} = 807840[J]$$

Segundo Método de Solución “Energía Transferida Mediante Integral Definida de la Potencia”

$$\Delta E_{\,t_0 \to t_f} = \int_{t_0}^{t_f} P(t)\, dt \quad \to \quad \textbf{Integral Definida de la Potencia}$$

$$\Delta E_{\,0[h]\to\,24[h]} = \int_{0[h]}^{24[h]} P(t)\,dt \;\;\rightarrow\;\; \Delta E_{\,0[h]\to\,24[h]} = \int_{0[h]}^{7[h]} P(t)\,dt + \int_{7[h]}^{10[h]} P(t)\,dt + \int_{10[h]}^{24[h]} P(t)\,dt$$

$$\Delta E_{\,0[h]\to\,14[h]} = \int_{0[h]}^{7[h]} 9{,}6\,[W]\,dt + \int_{7[h]}^{10[h]} [2{,}4t - 7{,}2]\,[W]\,dt + \int_{10[h]}^{24[h]} [-1{,}2t + 28{,}8]\,[W]\,dt$$

Ahora resolvemos cada una de las integrales definidas teniendo en cuenta las siguientes fórmulas de integración directa y el segundo teorema fundamental del cálculo.

$$\int K\,dt = Kt + C \qquad \text{Donde K es una constante real } \neq 0$$

$$\int t^n\,dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + C \;\;\rightarrow\;\; \text{Donde (n)es una constante real } \neq 0, -1$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) \;\;\rightarrow\;\; \text{Segundo Teorema Fundamental del Cálculo}$$

$$\Delta E_1 = \int_{0[h]}^{7[h]} 9{,}6[W]\,dt \qquad \Delta E_2 = \int_{7[h]}^{10[h]} [2{,}4t - 7{,}2]\,[W]\,dt \qquad \Delta E_3 = \int_{10[h]}^{24[h]} [-1{,}2t + 28{,}8]\,[W]\,dt$$

$$\Delta E_1 = \big[[9{,}6[W]t]\text{ Entre }(0\text{ y }7)[h]\big] \;\rightarrow\; \Delta E_1 = [(9{,}6[W] * 7[h]) - (9{,}6[W] * 0[h])]$$

$$\Delta E_1 = [(67{,}2[Wh]) - (0[Wh])] \;\rightarrow\; \Delta E_1 = 67{,}2\,[Wh]$$

$$\Delta E_2 = \left[\left[2{,}4\left[\frac{W}{h}\right]\frac{t^2}{2} - 7{,}2[W]t\right]\text{ Entre }(7\text{ y }10[h])\right]$$

$$\Delta E_2 = \left[\left(2{,}4\left[\frac{W}{h}\right]\frac{(10[h])^2}{2} - 7{,}2[W] * 10[h]\right) - \left(2{,}4\left[\frac{W}{h}\right]\frac{(7[h])^2}{2} - 7{,}2[W] * 7[h]\right)\right]$$

$$\Delta E_2 = (120\,[Wh] - 72[Wh]) - (58{,}8\,[Wh] - 50{,}4[mAh]) \;\;\rightarrow\;\; \Delta E_2 = 39{,}6\,[Wh]$$

$$\Delta E_3 = \left[\left[-1{,}2\left[\frac{W}{h}\right]\frac{t^2}{2} + 28{,}8[W]t\right]\text{ Entre }(10\text{ y }24\,[h])\right]$$

$$\Delta E_3 = \left[\left(-1{,}2\left[\frac{W}{h}\right]\frac{(14[h])^2}{2} + 28{,}8[W] * 24[h]\right) - \left(-1{,}2\left[\frac{W}{h}\right]\frac{(10[h])^2}{2} + 28{,}8[W] * 10[h]\right)\right]$$

$$\Delta E_3 = (-345{,}6\,[Wh] + 691{,}2[Wh]) - (-60\,[Wh] + 288[Wh]) \;\;\rightarrow\;\; \Delta E_3 = 117{,}6\,[Wh]$$

$$\Delta E_{0[h]\rightarrow\ 24[h]} = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 \quad \rightarrow \quad \Delta E_{0[h]\rightarrow\ 24[h]} = (67{,}2\ [Wh]\ ) + (39{,}6\ [Wh]\ ) + (117{,}6\ [mAh])$$

$$\Delta E_{0[h]\rightarrow\ 24[h]} = 224{,}4\ [Wh]$$

Ahora si se desea expresar la respuesta en Julios [J] se procede a plantear un factor de conversión teniendo en cuenta las equivalencias entre las unidades respectivas

$$\Delta E_{0\ [h]\rightarrow 24[h]} = 224{,}4\ [Wh]\ \left[\frac{3600[s]}{1\ [h]}\right] = 807840[J]$$

$$\Delta E_{0\ [h]\rightarrow 24[h]} = 807840[J]$$

Tercer Método de Solución "Energía Transferida Mediante Ecuaciones de Energía en Función del Tiempo"

$$E(t) = \int_{t_0}^{t} P(t)\ dt + E(t_0) \quad \rightarrow \quad \text{Integral Indefinida en el Limite Superior de la Potencia}$$

$$E(t) = \begin{Bmatrix} E_1(t) & , & [0 \le t < 7][h] \\ E_2(t) & , & [7 \le t < 10][h] \\ E_3(t) & , & [10 \le t < 24][h] \end{Bmatrix}$$

$$E_1(t) = \int_{t_0}^{t} P(t)\ dt + E(t_0) \ \rightarrow \ E_1(t) = \int_{0[h]}^{t} (9{,}6\ [W]\ )\ dt + E(0[h]) \ \rightarrow \ \textbf{Donde} \quad E(0[h]) = 0[Wh]$$

$$E_1(t) = \int_{0[h]}^{t} (9{,}6\ [W])\ dt + 0[Wh] \quad \rightarrow \quad E_1(t) = \left[[9{,}6\ [W]t]\ \text{Entre}\ 0\ [h]\ \text{y}\ \ t\ \right]$$

$$E_1(t) = \left[(9{,}6[W]t) - \big(9{,}6[W](0[h])\big)\right] \ \rightarrow \quad E_1(t) = 9{,}6t\ [Wh] \qquad [0 \le t < 7][h]$$

$$E_2(t) = \int_{t_0}^{t} P(t)\ dt + E(t_0) \ \rightarrow \ E_2(t) = \int_{7[h]}^{t} ([2{,}4t - 7{,}2]\ [W])\ dt + E(7[h])$$

$$\textbf{Donde} \ \rightarrow \quad E(7[h]) = (9{,}6[W])(7\ [h]) \ \rightarrow \quad E(7[h]) = 67{,}2\ [Wh]$$

$$E_2(t) = \int_{7[h]}^{t} ([2{,}4t - 7{,}2]\ [W])\ dt + (67{,}2\ [Wh])$$

$$E_2(t) = \left[\left[\frac{2{,}4\left[\frac{W}{h}\right]}{2} t^2 - 7{,}2[W]t\right]\ \text{Entre}\ 7[h]\ \ \text{y}\ \ t\right] + (67{,}2\ [Wh])$$

$$E_2(t) = \left[\left(1{,}2\left[\frac{W}{h}\right]t^2 - 7{,}2[W]t\right) - \left(1{,}2\left[\frac{W}{h}\right](7[h])^2 - 7{,}2[W](7[h])\right)\right] + 67{,}2\ [Wh]$$

$$E_2(t) = \left[\left(1{,}2\left[\frac{W}{h}\right]t^2 - 7{,}2[W]t\right) - (8{,}4\ [Wh])\right] + 67{,}2\ [Wh]$$

$$E_2(t) = [1{,}2t^2 - 7{,}2t + 58{,}8][Wh] \qquad [7 \leq t < 10][h]$$

$$E_3(t) = \int_{t_0}^{t} P(t)\,dt + E(t_0) \;\rightarrow\; E_3(t) = \int_{10[h]}^{t} ([-1{,}2t + 28{,}8]\ [W])\,dt + E(10[h])$$

$$\textbf{Donde} \;\rightarrow\; E(10[h]) = 1{,}2\left[\frac{W}{h}\right](10[h])^2 - 7{,}2[W](10[h]) + 58{,}8[Wh] \;\rightarrow\; E(10[h]) = 106{,}8[Wh]$$

$$E_3(t) = \int_{10[h]}^{t} ([-1{,}2t + 28{,}8]\ [W])\,dt + (106{,}8[Wh])$$

$$E_3(t) = \left[\left[\frac{-1{,}2\left[\frac{W}{h}\right]}{2}t^2 + 28{,}8[W]t\right] \text{Entre } 10[h] \text{ y } t\right] + (106{,}8[Wh])$$

$$E_3(t) = \left[\left(-0{,}6\left[\frac{W}{h}\right]t^2 + 28{,}8[W]t\right) - \left(-0{,}6\left[\frac{W}{h}\right](10[h])^2 + 28{,}8[W](10[h])\right)\right] + 106{,}8[Wh]$$

$$E_3(t) = \left[\left(-0{,}6\left[\frac{W}{h}\right]t^2 + 28{,}8[W]t\right) - (228[Wh])\right] + 106{,}8[Wh]$$

$$E_3(t) = [-0{,}6t^2 + 28{,}8t - 121{,}2][Wh] \qquad [10 \leq t < 24][h]$$

Una vez definidas las funciones de Energía para cada uno de los intervalos se muestra analíticamente la Energía en función del tiempo.

$$E(t) = \begin{Bmatrix} 9{,}6t\ [Wh] & , & [0 \leq t < 7][h] \\ [1{,}2t^2 - 7{,}2t + 58{,}8][Wh] & , & [7 \leq t < 10][h] \\ [-0{,}6t^2 + 28{,}8t - 121{,}2][Wh] & , & [10 \leq t < 24][h] \end{Bmatrix}$$

$\Delta E_{t_0 \rightarrow t_f} = E(t_f) - E(t_f)$ $\rightarrow$ **Carga Transferida Mediante Ecuaciones de Carga en Función del Tiempo**

$$\Delta E_{0[h]\rightarrow 24[h]} = E(24[h]) - E(0[h])$$

$$\Delta E_{0[h]\rightarrow 24[h]} = \left(-0{,}6\left[\frac{W}{h}\right](24[h])^2 + 28{,}8[W](24[h]) - 121{,}2[Wh]\right) - \left(9{,}6[W](0[h])\right)$$

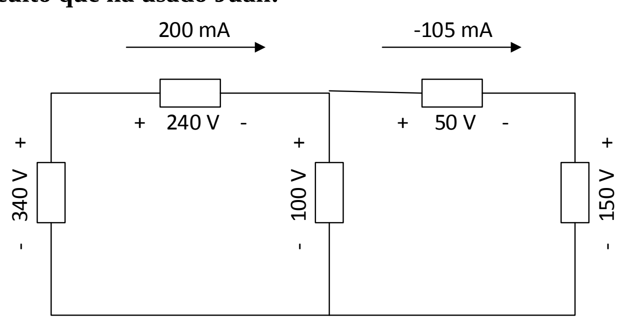
$$\Delta E_{0[h]\rightarrow 24[h]} = (224{,}4[Wh]) - (0[Wh]) \quad \rightarrow \quad \Delta E_{0[h]\rightarrow 24[h]} = 224{,}4[Wh]$$

Ahora si se desea expresar la respuesta en Julios [J] se procede a plantear un factor de conversión teniendo en cuenta las equivalencias entre las unidades respectivas

$$\Delta E_{0\,[h]\rightarrow 24[h]} = 224{,}4\ [Wh]\left[\frac{3600[s]}{1\ [h]}\right] = 807840[J]$$

$$\Delta E_{0\,[h]\rightarrow 24[h]} = 807840[J]$$

3. **<u>Principio de Conservación de la materia, Principio de conservación de la energía y Balance de Potencia</u>: Juan Pérez ha resuelto el siguiente circuito, pero al realizar el balance de potencia se ha dado cuenta que tiene un error.**
Con base en el diagrama de circuito que ha usado Juan:

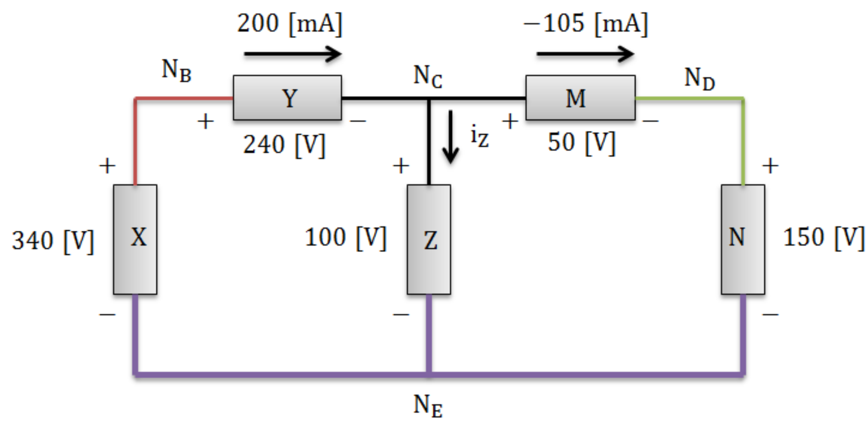


a. Determine el balance de potencia del circuito. (8puntos)
b. Redacte un párrafo en el cual identifica el único error cometido por Juan y proponga la modificación que debe ejecutarse para que el circuito cumpla con el principio de conservación de la materia y el principio de conservación de la energía. (8puntos)
c. Dibuje el circuito corregido con todas las tensiones y corrientes plenamente identificadas (signo, magnitud, polaridad, dirección). (9puntos)

Solución Punto 2

Iniciamos con el literal b del problema dado que como se puede observar el problema nos dice que hay un error que se debe identificar y corregir para que se cumpla el Balance de Potencia.

Para identificar el error que se cometió por Juan calculamos la corriente restante en el circuito, para después verificar las **Leyes de Kirchhoff.** Y para este propósito asignamos las convenciones que restan en el circuito teniendo en cuenta que se deben respetar las convenciones ya asignadas y analizar si estas se asignaron bien.



Analizamos el Nodo N_C mediante una Ley de Corrientes de Kirchhoff (LCK) $\sum i = 0$ (+)

Convención: todas las corrientes que salen del Nodo N_C son positivas

$$-\mathrm{i_Y} + \mathrm{i_Z} + \mathrm{i_M} = 0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{i_Z} = \mathrm{i_Y} - \mathrm{i_M} \quad \rightarrow \quad \mathrm{i_Z} = (200\ [\mathrm{mA}]) - (-105\ [\mathrm{mA}]) \quad \rightarrow \quad \mathrm{i_Z} = 305\ [\mathrm{mA}]$$

Una vez calculadas todas las corrientes y tensiones en el circuito procedemos a verificar las **Leyes de Kirchhoff (Ley de Tensiones de Kirchhoff y Ley de Corrientes de Kirchhoff)**

Iniciamos con **Ley de Tensiones de Kirchhoff (LVK o LTK) (Malla 1)** $\mathrm{LVK} \rightarrow \sum \mathrm{V} = 0$

Convención: recorrer la Malla 1 en sentido horario

$$+\mathrm{V_Y} + \mathrm{V_Z} - \mathrm{V_X} = 0 \quad \rightarrow \quad 240\ [\mathrm{V}] + 100\ [\mathrm{V}] - 340\ [\mathrm{V}] = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = 0 \quad \textbf{Cumple La LVK}$$

Ahora analizamos la Malla 2 mediante **Ley de Tensiones de Kirchhoff (LVK o LTK)** $\mathrm{LVK} \rightarrow \sum \mathrm{V} = 0$

Convención: recorrer la Malla 1 en sentido horario

$$+\mathrm{V_M} + \mathrm{V_N} - \mathrm{V_Z} = 0 \quad \rightarrow \quad 50\ [\mathrm{V}] + 150\ [\mathrm{V}] - 100[\mathrm{V}] = 0 \quad \rightarrow \quad 100 = 0 \quad \textbf{No Cumple La LVK}$$

Al observar que la LVK no se cumple en la Malla 2 nos permite descartar que el error se encuentre en los elementos X, Y, Z, por lo tanto nos concentramos en analizar los elementos M y N.

Para ese propósito iniciamos suponiendo que el error se encuentra en el elemento M y que el error es la polaridad asignada en el elemento, cabe resaltar que la suposición tambien se pudo hacer con el elemento N, pero para este caso en particular vamos a asumir que el error está en ese elemento.

Basados en la anterior suposición verificamos nuevamente la **Ley de Tensiones de Kirchhoff (LVK o LTK) Malla 2**

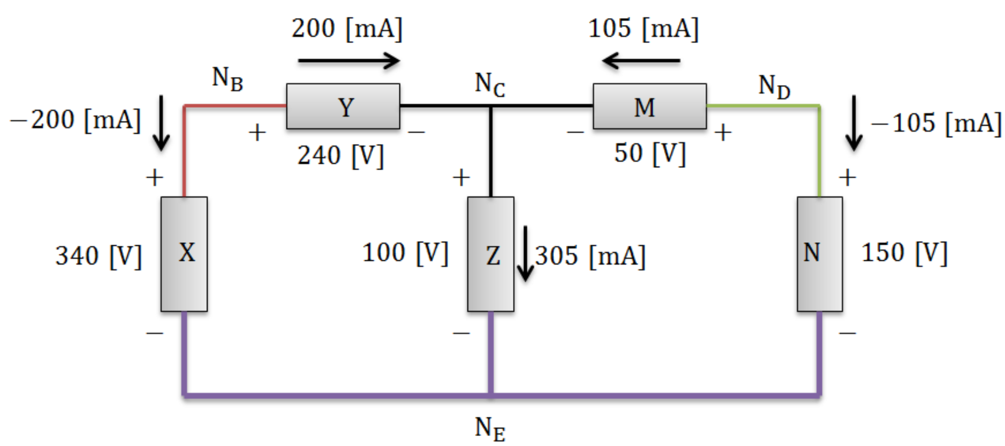
$$\mathrm{LVK} \rightarrow \sum \mathrm{V} = 0$$

Convención: recorrer la Malla 1 en sentido horario

$$-V_M + V_N - V_Z = 0 \quad \rightarrow \quad -50\ [V] + 150\ [V] - 100[V] = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = 0 \quad \textbf{Cumple La LVK}$$

Como se puede observar la LVK se cumple cuando asignamos la polaridad contraria en el elemento, por lo tanto, podemos pensar que el error que cometió Juan fue haber asignado mal esa polaridad, pero la garantía absoluta de que ello es redibujar el circuito corrigiendo el error encontrado y realizar un Balance de Potencias de tal forma que este se cumpla.

Antes de redibujar el circuito cabe resaltar que este se redibujara no solo con la corrección del error encontrado si no tambien con las direcciones de corriente para cada uno de los elementos de tal forma que se cumpla la **Ley Pasiva de Signos**



Ahora si procedemos a realizar un Balance de Potencia teniendo en cuenta la siguiente fórmula para el cálculo de la potencia en cada elemento.

$$P = V * I\ \ [W] \quad \rightarrow \quad \textbf{Formula para el cálculo de potencia}$$

Elemento	**Tensión [V]**	**Corriente [mA]**	**Potencia [mW]**	**Pasivo, Activo o Inactivo**
X	340	-200	-68000	Activo
Y	240	200	48000	Pasivo
Z	100	305	30500	Pasivo
M	50	105	5250	Pasivo
N	150	-105	-15750	Activo
Balance de Potencia			0	

Conclusión

Efectivamente Juan cometió un error al momento de definir la polaridad en los elementos, y de forma particular en el Elemento M, dado que asigno la polaridad cambiada, por esta razón si se hubiera partido a realizar el Balance de Potencia sin corregir el error este no se habría cumplido, es por ello que para ejercicios de este tipo se recomienda calcular todas las tensiones y corrieres en el circuito y verificar inicialmente que esas se cumplan, y por último realizar un balance de potencias.